

協議会 I

【協議会 I】指導と評価の一体化の視点からの授業研究会

中学校 3 年生「2 次方程式」の指導計画と本時の学習活動

協議会資料 I

協議会 I



テーマ：評価したことを指導につなぐ
指導したことを評価する
という視点等から、
「よい」と感じたところや
「さらに」というところを交流しましょう。

Memo

□協議会 I 資料 : 「指導と評価の計画」

参考資料 「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料 P68・69
<国立教育政策研究所>

□単元名 : 第3学年「二次方程式」

□内容のまとめ : 第3学年A(3)「二次方程式」

1 単元の目標

- (1) 二次方程式についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数式化したり、数式的に解釈したり、数式的に表現・処理したりする技能を身に付ける。
- (2) 文字を用いて数量の関係や法則などを考察し表現することができる。
- (3) 二次方程式について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。

2 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に取り組む態度
① 二次方程式の必要性和意味及びその解の意味を理解している。 ② x の係数が偶数である二次方程式を平方の形に変形して解くことができる。 ③ 二次方程式を因数分解して解くことができる。 ④ 解の公式を知り、それを用いて二次方程式を解くことができる。 ⑤ 事象の中の数量やその関係に着目し、二次方程式をつくることができる。	① 因数分解や平方根の考えを基にして、二次方程式を解く方法を考察し表現することができる。 ② 二次方程式を具体的な場面で活用することができる。	① 二次方程式の必要性和意味を考えようとしている。 ② 二次方程式について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ③ 二次方程式を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

3 指導と評価の計画

本単元「二次方程式」を、内容のまとめである三つの小単元と単元のまとめで構成し、それぞれの授業時間数を次のように定めた。

小単元等	授業時間数	
1. 二次方程式とその解	2 時間	15 時間
2. 二次方程式の解き方	8 時間	
3. 二次方程式の利用	4 時間	
単元のまとめ	1 時間	

時 間	学習内容の概要	知・技	思・判・表	態度	備考(評価方法)
1	具体的な問題を解決することを通して二次方程式の必要性を理解する。	知① 知⑤		態①	知：行動観察 態：ノート

2	二次方程式とその解の意味を理解する。	知①		態① 記録	知：評価問題 態：ノート
3	平方根の考えを使って、 $ax^2+c=0$, $(x+▲)^2=●$ の形をした二次方程式を解くことができる。	知②			知：行動観察
4	$x^2+px+q=0$ の形をした二次方程式を、 $(x+▲)^2=●$ の形に変形して解く方法を理解する。	知②			知：評価問題
5	$x^2+px+q=0$ の形をした二次方程式を、 $(x+▲)^2=●$ の形に変形して解くことができる。 【本時につながる時間】		思①	態③	思：行動観察・ ノート 態：ノート
6	二次方程式の解の公式の意味を理解する。	知④			知：行動観察
7	解の公式を使って二次方程式を解くことができる。	知④			知：評価問題
8	因数分解を使って二次方程式を解くことができる。 【前時】	知③	思①	態③	知：評価問題 思：ノート 態：ノート
9	いろいろな2次方程式を、適当な方法で解くことができる。 【本時】		思① 記録	態③ 記録	思：行動観察・ ノート 態：ノート
1 0	二次方程式を解く練習の時間	知①～④ 記録			知：テスト
1 1	具体的な問題を、二次方程式を利用して解決するときの 考え方や手順を理解する。	知⑤	思②	態②	知：評価問題 思：行動観察 態：ノート
1 2	数に関する問題を、二次方程式を利用して解決することが できる。	知⑤	思②	態②	知：評価問題 思：行動観察 態：ノート
1 3	長方形の紙から作った直方体の容器の容積に関する問題 を、二次方程式を利用して解決することができる。	知⑤	思②	態②	知：評価問題 思：ノート 態：ノート
1 4	図形の動点に関する問題を、二次方程式を利用して解決 することができる。	知⑤	思② 記録	態② 記録	知：評価問題 思：ノート 態：ノート
1 5	単元のまとめの時間 単元テスト	知⑤ 記録			知：テスト

本時のねらい

いろいろな2次方程式を、因数分解の考え、平方根の考え、解の公式を使った解き方のうち、どの解き方を使えば効率よく解けるかを考える活動を通して、式の形や係数に着目すればよいことに気づき、式によって解き方を選択し、選んだ理由を説明し、表現することができる。(しようとしている。)(思①、主①)

学習活動・教師の発問	生徒の反応	教師の指導・援助
1 これまでの2次方程式の解き方を振り返る T これまで学んだ2次方程式の解き方にはどのようなものがありましたか？ T みなさんはこれから2次方程式が出てきたら、どの方法で解きますか？ T なるほど。じゃあ、次の方程式だったらどうしますか？ 思いつかない人は、みんなの予想を参考にしよう。	S ①平方根の考えを使った解き方、②因数分解を使った解き方、③解の公式がありました。 S 問題によって変わると思う。	・これまでの学習を振り返りやすいように、黒板の画面を表示する。 (式変形の根拠も見えるように足跡を残しておく)
2 2次方程式 (1) $3x^2+x-1=0$ (2) $x^2+8x=-4$ (3) $x^2+5x=6$ をあなたならどう解きますか？ T どうしてその解き方で解くのか、理由を説明しよう。これから2次方程式に出会ったら、どのように解き方を判断していくのか、最終的にまとめることができるといいね。	S (1) 平方根 0 人、因数分解 0 人、公式 2 1 人 (2) 平方根 7 人、因数分解 0 人、公式 1 4 人 (3) 平方根 0 人、因数分解 2 0 人、公式 1 人	・本時のポイント(判断の理由、他の方法と比べる、ように)カードを掲示し、ポイントを生徒と共有する。
方程式を適当な方法で解き、その解き方を選んだ理由を説明しよう。		
3 自分の考えをつくる T 生徒の様相に応じて評価し、指導する。 思考・判断・表現(主体的に学習に取り組む態度) ・「どうして(式のどこを見て)平方根の考えを使って解こうと思ったの？」 ・「判断の理由を書いていて素敵ですね。」 ・「他の方法でやってないのに、どうしてその考え方がよくなって言えるの？」 ・「〇さんは、チェックする順番があるって言うていたよ。」 ・「他の式だったらどうする？」 ・「ように、どのように考えていけばよいの？」	※1 本時の(鮎美さん)のノート① S (1)(2)は式の形から、因数分解と平方根の考えを使うことが難しいと考えたので、解の公式を使って解きました。 S (2)は、xの係数が偶数だから、平方根の考えを使って解ける。 S (3)は、因数分解が使って考えると簡単に解ける S (1)(2)は因数分解できないし、(1)(3)は平方根の考えを使うと途中式が複雑になりました。 S x^2 の係数が1以上のときや、xの係数が奇数のときは、平方根の考えを使うと途中式が複雑になった。 S どの問題もまずは因数分解ができるかどうかを考えていることが共通していました。	・教室内にいくつかの学習スペースを準備し、自分の学習進路に合わせて考えをもてるようにする。 教室右後方(ホワイトボード前) …考えがもてず困っている場合に集まる場 教室前方(黒板前) …考えが明らかになり、互いの考えを解釈し、統合したい場合に集まる場 教室右後方(既習内容が掲示されている) …考えがもてているが、自分の言葉で説明することに困っている場合に集まる場
4 考え方の判断について、どのようにすればよいのかを話し合い、まとめる。 T それぞれの問題によって解き方を選ぶためには、どんなところに着目すればいいのかな？ T それぞれ異なる式の形の問題を解いてみたけど、解き方で共通していたことってあったかな？	どの考えを使えばよいかは ・式の形に着目する ・係数に着目する ・まずは因数分解ができるかどうかを考えればよいのではないか	
5 学びを生かして練習問題に取り組む。 T いま明らかにしたことをもとにすると、この問題はどの考えを使えばいいのかな？ 判断の理由を勉強したように「～なので」と、ペアで確認してみよう。書き込みましょう。 T いま明らかにしたことをもとにすると、この問題はどの考えを使えばいいのか、判断の理由、他の方法と比べる、ように、をはっきりさせることを目指して、今度は自分でやってみて、書き込みましょう。 T 考えの進め方の評価 Sさんは、はじめ…、交流の中で…に気づき…、そして…できた。それは、…な意識があったからだね。	簡単な場合を2種類 発展的な場合を1種類 ※2 本時の(鮎美さん)のノート② [評価問題] ※終末10分間を振り返りの活動と設定 次の2次方程式を適当な方法で解きなさい。 ポイント: ◎わけをはっきり説明する ★いろんな方法で求める (1) $(y-2)^2-16=0$ (2) $16x^2+16x=-4$ 最後は自分一人で行うことが大切だね 時間9分まで → 解説確認・赤ペン修正 → 振り返り(1分・本十分だったところ・今後)	・特に判断の理由、他の方法と比べるにかかわる表現を見取り、促し、価値付けていく。 ・ペアで難しいところは、他のペアから学んでから取り組む。 ・一通りできた生徒は、チャレンジ問題、教科書問題、自分の課題となる問題に取り組むよう約束している。

※1 本時の（鮎美さん）のノート①

⑤ (1) $3x^2 + x - 1 = 0$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3}$ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+12}}{6}$ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{6}$ (1)と(2)は 因数分解で"解こうとしたけど" できなかった二つで 解の公式で"解いた"	(2) $x^2 + 8x = -4$ $x^2 + 8x + 4 = 0$ $x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \times 1 \times 4}}{2 \times 1}$ $x = \frac{-8 \pm \sqrt{64-16}}{2}$ $x = \frac{-8 \pm \sqrt{48}}{2}$ $x = \frac{-8 \pm 4\sqrt{3}}{2}$ $x = -4 \pm 2\sqrt{3}$	(3) $x^2 + 5x = 6$ $x^2 + 5x - 6 = 0$ $(x-6)(x+1) = 0$ $x-6 = 0$ $x+1 = 0$ $x = 6$ $x = -1$
--	--	---

※上記の鮎美さんへの教師の声かけ

□判断の理由を書いている素敵ですね。

□どの問題も、最初に因数分解の考え方で解こうとしたのですね。もっとくわしくできたら、素敵ですね。

ところで

□平方根の考え方は、試してみたかな。

□どうして平方根の考えを使わなかったのかな。

※2 本時の（鮎美さん）のノート②

⑤ 因数分解できるときは 因数分解で"とく"。
できなかったら 解の公式を使う。
 x^2 の係数が1じゃないときは 解の公式で"解く"といい。

⑥ ③ $3x(x+8)+40 = x^2$

$3x^2 + 24x + 40 = x^2$

$3x^2 - x^2 + 24x + 40 = 0$

$2x^2 + 24x + 40 = 0$

$x^2 + 12x + 20 = 0$

$(x+10)(x+2) = 0$

$x+10 = 0$ $x+2 = 0$

$x = -10$ $x = -2$

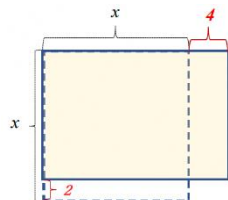
x^2 の係数が2だから"両辺を2でわってかんたんにする。"

第8時 学習内容

1 解の公式を使った解き方を振り返る

2 $(x-2)(x+4)=0$ の解き方を考えましょう

T 因数分解の学習をしたときに $(x-2)(x+4)$ を図にすると右のようになっていましたね。
 $(x-2)(x+4)=0$ という式だとどういう意味になるのかな？



S 縦と横をかけたら0になるから縦 $(x-2)$ か横 $(x+4)$ のどちらかが0になるという意味になります。

AB=0 ならば A=0 または B=0 をもとに $(x-2)(x+4)=0$ の解き方を説明しよう

3 自分の考えをつくる

$(x-2)(x+4)=0$
 $x-2$ と $x+4$ の積が0なので、
 $x-2=0$ または $x+4=0$
 $x=2$ $x=-4$

T $(x+p)(x+q)=0$ の形をしていれば、p や q がどんな数字でなくても解くことはできますか？

4 $(x-3)(x-5)=0$, $x(x+9)=0$ の解き方をペアで説明し合う

$(x-3)(x-5)=0$ $x(x+9)=0$
 $x-3$ と $x-5$ の積が0なので、 x と $x+9$ の積が0なので、
 $x-3=0$ または $x-5=0$ $x=0$ または $x+9=0$
 $x=3$ $x=5$ $x=-9$

5 どのように式を変形できたのかを話し合い、まとめる。

T $(x+p)(x+q)=0$ という形の2次方程式は、どんな式に変形することができましたか？

S 2つの1次方程式に変形することができます。

$(x+p)(x+q)=0$ という2次方程式は、
AB=0 であるから、A=0 または B=0 をもとにして
2つの1次方程式にして、解を求められる。

5 学びを生かして練習問題に取り組み、次時への見通しが持てるようにする。

次の2次方程式の左辺を因数分解して解きましょう

- $x^2 - 2x + 12 = 0$
- $x^2 + 4x + 4 = 0$
- $x^2 = 4x$

T $x^2 = 4x$ の2次方程式を解くときに、両辺を x で割ってはいけない理由は何ですか？

T 連立方程式での学習と同じように、1年生で学習した1次方程式に帰着して考えようとした学び方は、数学の学び方として大切になりますね。

T 平方根の考えや解の公式の解き方と比べると、因数分解を使って解く方法のよさはありますか？

3 自分の考えをつくる場面での鮎美さんの様子

※上記の鮎美さんへの教師の声かけ

□ 解を求めることができていますね。どうしてこの解を求めることができたのかという根拠となる途中式や説明をかけるといいね。

□ ▲▲さんが、このようなノートをかいていたよ。【左の□内の考えを提示】このように考えをノートに表現できるといいね。

5 学びを生かして練習問題に取り組み、次時への見通しが持てるようにする場面での鮎美さんの様子(ノート)

※上記の鮎美さんへの教師の声かけ

□ 解を求めるための途中式に根拠がかかれていて、それを矢印でつなげていることが、前のノートと変わったところだね。考えがわかりやすく表現されていてすごくいいね。

□ ③は解が4だけになったんだね。アンダーラインをひいている x は、 $AB=0$ ならば $A=0$ または $B=0$ の A になるけれど、この x に当てはまる数はどうなるのかな？

第5時 学習内容

1 平方根の考えを使ったの解き方を振り返る

2 2次方程式 $x^2 + 8x - 3 = 0$ の解き方を考えよう

T どのようにして解こうと考えますか？

S 前の時間の学習を生かすために $x^2 + 8x - 3 = 0$ を $(x + \blacktriangle)^2 = \bullet$ の形に変形すれば解けそうです。

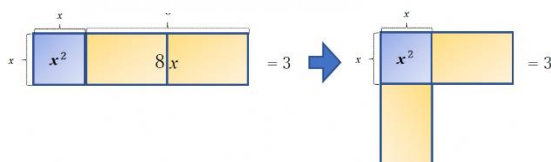
S 前の時間では、面積図をもとにして考えたので、今日も面積図が使えるそうです。

T では、まず面積図をもとにして考えてみましょう。

式を $(x + \blacktriangle)^2 = \bullet$ の形にして解く方法を考え、説明しよう

3 自分の考えをつくる

$$x^2 + 8x = 3$$



$$\begin{aligned} x^2 + 8x &= 3 \\ (x+4)^2 &= 3 + 16 \\ (x+4)^2 &= 19 \\ x+4 &= \pm\sqrt{19} \\ x &= -4 \pm \sqrt{19} \end{aligned}$$

4 面積図をもとにどのように式を変形したのかを話し合い、まとめる。

T どうして16を足しているのですか？

T 平方根の考えを使って解くためには、どこに注目して、どのように式を変形すればよいですか？

- ・ $x^2 + px$ という式を $(x + \blacktriangle)^2$ のような平方の形にするには、 p の $1/2$ の2乗を加えればよい。
- ・ $x^2 + px + q = 0$ という式を $(x + \blacktriangle)^2 = \bullet$ 形にすれば、平方根の考えを使って解ける。

T $x^2 + 8x - 3 = 0$ の8や-3が他の数になっても解き方は同じといえますか？

S x の係数が奇数であると式の変形が大変になると思う。

S $(x + \blacktriangle)^2 = \bullet$ のとき、 $\bullet$ は正の数でないといけない。

5 まとめ(学び)を生かして、次の問題に取り組む

$$\begin{aligned} x^2 + 6x &= -5 & x^2 + 5x &= 3 & (x + \frac{5}{2})^2 &= \frac{37}{4} \\ (x+3)^2 &= 4 & & & x + \frac{5}{2} &= \frac{\pm\sqrt{37}}{2} \\ x+4 &= \pm 2 & & & x &= -2, x = -6 \\ x &= -2, x = -6 & & & x &= \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{2} \end{aligned}$$

T $x^2 + px + q = 0$ という式の形のとき、 p や q はどんな数のとき平方根の考えが使えると考えますか？

S x の係数は偶数でも奇数でも使える。ただ、奇数のときは計算が難しい。

S p は $-p + 1/2 p^2$ が負の数では使えない。

6 解の公式の必要性に触れ、次時の見通しをもつ

3 自分の考えをつくる 場面での鮎美さんの様子(ノート)

2次方程式の解き方

① $x^2 + 8x - 3 = 0$

② $(x+4)^2 = \bigcirc$ の形にすれば解けそう

(x+

見通しはもてたが、どのように考えればよいのか、分からず止まっている

※上記の鮎美さんへの教師の声かけ

□ 前の学習をいかして、同じような式の形にしようと考えているのは、数学の学び方として大切になるね。

□ 前の授業でも、困ったときは図をもとにして考えていたね。〇〇さんがこのような図をもとにして考えようとしていたよ。【左図の面積図を提示】何をしようとしているかわかるかな？

5 まとめ(学び)を生かして、次の問題に取り組む場面での鮎美さんの様子(ノート)

① $x^2 + 6x = -5$

$x^2 + 6x + 9 = -5 + 9$

$(x+3)^2 = 4$

$x+3 = \pm 2$

$x = -1, x = -5$

② $x^2 + 5x = 3$

$x^2 + 5x + 6.25 = 3 + 6.25$

$(x+2.5)^2 = 9.25$

$x+2.5 = \pm\sqrt{9.25}$

$x = -2.5 \pm \sqrt{9.25}$

①は解くことができたが、②では、 x の係数が奇数であるため悩んでいる。

※上記の鮎美さんへの教師の声かけ

□ 両辺に $+3^2$ をしているところに丸印をつけていて、鮎美さんが何を意識しているかが分かるようなノートになっているね。

□ ②は①と同じように考えて、両辺に $+2.5^2$ をしているね。 x の係数を小数にしたことで、計算が大変になったようだね。だったら、2.5 を小数ではなく、分数で表してみたらどうかな。

□ なぜ、 $+3^2$ に $\bigcirc$ をしたのかや、なぜ x の係数を分数にするのかといった根拠を、ノートに表現してみると、後から見直したとき、よりわかりやすいノートになるよ。

協議会Ⅱ

【協議会Ⅱ】指導と評価の一体化の視点からの指導改善

各自が持参された資料

持参資料10部

「指導案」「指導と評価の計画(単元指導計画)」
「写真」「教材」など…。

テーマ：評価したことを指導につなぐ
指導したことを評価する
という視点等から、
「よい」と感じたところや
「さらに」というところを交流しましょう。

